

**ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΕΝΙΑΙΟΥ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 23 ΜΑΪΟΥ 2003
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΑΛΓΕΒΡΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)**

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Να αποδείξετε ότι τρεις αριθμοί α , β , γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, αν και μόνον αν ισχύει
- $$\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2} .$$

Μονάδες 10

- B.** Να γράψετε στο τετράδιό σας τους αριθμούς 1, 2, 3, 4 και 5 των παρακάτω προτάσεων και δίπλα σε κάθε αριθμό να σημειώσετε την ένδειξη (Σ), αν η αντίστοιχη πρόταση είναι σωστή, ή (Λ), αν η αντίστοιχη πρόταση είναι λανθασμένη.

1. $\text{csc} 2\alpha = 2\text{csc}^2\alpha + 1$

2. $\eta\mu(\alpha - \beta) = \eta\mu\alpha \text{csc}\beta - \eta\mu\beta \text{csc}\alpha$

3. $\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \text{csc} 2\alpha}{2}$

4. $\epsilon\phi 2\alpha = \frac{2\epsilon\phi\alpha}{1 - \epsilon\phi^2\alpha}$, όπου $\text{csc}\alpha \neq 0$ και $\text{csc} 2\alpha \neq 0$

5. $\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \text{csc}\alpha$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 2ο

Ο τέταρτος όρος μιας γεωμετρικής προόδου είναι 810 και ο πέμπτος όρος της είναι 2430. Να βρείτε:

α) το λόγο λ της γεωμετρικής προόδου,

Μονάδες 7

β) τον πρώτο όρο της και

Μονάδες 8

γ) το άθροισμα S_6 των έξι πρώτων όρων της προόδου.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Αν για τις οξείες γωνίες α, β ισχύει ότι $\sigma\upsilon\nu\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ και $\eta\mu\beta = \frac{1}{2}$, τότε:

α) να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu 2\alpha$ και $\sigma\upsilon\nu 2\beta$,

Μονάδες 10

β) να υπολογίσετε το $\sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta)$ και

Μονάδες 5

γ) να αποδείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha - \beta) = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται το πολυώνυμο

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + kx + 1,$$

όπου k πραγματικός αριθμός.

- α) Για $k = -3$, να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $(x-3)$.

Μονάδες 10

- β) Να βρείτε τις τιμές του k για τις οποίες το πολυώνυμο $P(x)$ έχει μία τουλάχιστον ακέραια ρίζα.

Μονάδες 10

- γ) Για $k=0$, να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

Μονάδες 5

ΟΛΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα δεν θα τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μια (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ