

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 27 ΜΑΪΟΥ 2002
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ 1ο

A. Με το \vec{a}^2 συμβολίζουμε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{a}$ και με το $|\vec{a}|$ συμβολίζουμε το μέτρο του διανύσματος \vec{a} .

Να αποδείξετε ότι:

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$$

Μονάδες 10

B. Στις επόμενες προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό τους (**B.1**, **B.2**, **B.3**) και, δίπλα ακριβώς, το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Αν για τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ του καρτεσιανού επιπέδου είναι $\vec{a} // \vec{\beta}$, τότε ισχύει:

α) $\det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 2$

β) $\det(\vec{a}, \vec{\beta}) = 0$

γ) $\det(\vec{a}, \vec{\beta}) = -1$

δ) $\det(\vec{a}, \vec{\beta}) \neq 0$

Μονάδες 5

2. Αν για τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ του καρτεσιανού επιπέδου είναι $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$, τότε ισχύει:

α) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} \neq 0$

β) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -1$

γ) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$

δ) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 2$

Μονάδες 5

3. Η εξίσωση του κύκλου C με κέντρο την αρχή $O(0,0)$ ενός ορθοκανονικού συστήματος συντεταγμένων Oxy του επιπέδου και ακτίνα ρ είναι:

α) $(x-1)^2 + y^2 = \rho^2$

β) $x^2 + (y-1)^2 = \rho^2$

γ) $x^2 + y^2 = (\rho-1)^2$

δ) $x^2 + y^2 = \rho^2$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1, 1)$, $\vec{\beta} = (5, 7)$ του καρτεσιανού επιπέδου.

α) Να βρείτε τα διανύσματα $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $\vec{\delta} = 3\vec{\beta} - 2\vec{\alpha}$.

Μονάδες 10

- β) Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού λ , για την οποία το διάνυσμα $\vec{x} = (\lambda, -6)$ είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$.

Μονάδες 10

- γ) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\frac{1}{2}\vec{\gamma}$, όπου $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνονται οι κύκλοι C_1 , C_2 με εξισώσεις:

$$C_1: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$$

$$C_2: (x + 2\kappa)^2 + (y - \lambda)^2 = 25, \quad \kappa, \lambda \in \mathbb{R}$$

- α) Να αποδείξετε ότι ο κύκλος C_1 έχει κέντρο το σημείο $K_1(2, 1)$ και ακτίνα $\rho_1 = 2$.

Μονάδες 10

- β) Να βρείτε τις τιμές των κ και λ έτσι ώστε οι κύκλοι C_1 και C_2 να έχουν το ίδιο κέντρο.

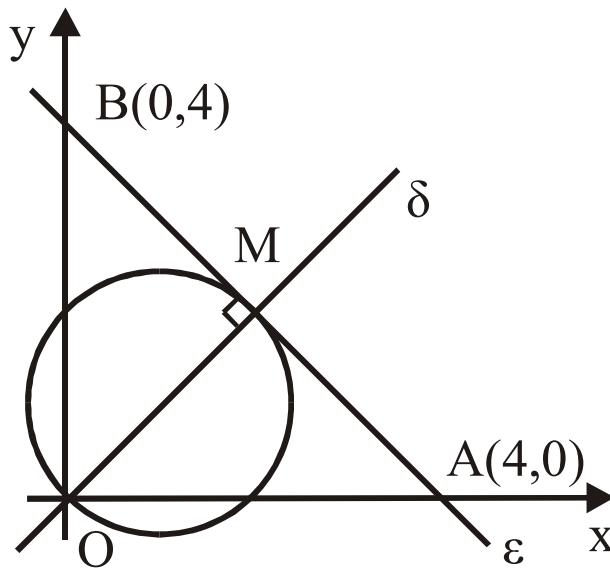
Μονάδες 9

- γ) Να εξετάσετε, αν τα σημεία $A(4, 1)$, $B(1, 1)$ ανήκουν στον κύκλο C_1 .

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4ο

Στο ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων Oxy του παρακάτω σχήματος, δίνονται τα σημεία $A(4,0)$ και $B(0,4)$, η ευθεία ϵ που διέρχεται από τα σημεία A και B και η ευθεία δ που διέρχεται από την αρχή O των αξόνων και είναι κάθετη προς την ευθεία ϵ .



α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας ϵ είναι $x+y=4$.

Μονάδες 5

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας δ .

Μονάδες 5

γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής M των ευθειών δ και ϵ .

Μονάδες 5

δ) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει διάμετρο το ευθύγραμμο τμήμα OM .

Μονάδες 10

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους υποψηφίους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα δεν θα τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν.
Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης : Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μια (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ